

Programmation Delphi : Algorithmes obligatoires

I^{re} B, 2017–2018

Version 4.4 du 15 septembre 2017

Table des matières

1	Mathématiques élémentaires	2
1.1	Fonction « puissance à exposant naturel »	2
1.1.1	Version itérative	2
1.1.2	Version récursive	2
1.2	Fonction « puissance rapide à exposant naturel »	2
1.3	Fonction « factorielle »	3
1.3.1	Version itérative	3
1.3.2	Version récursive	3
1.4	Fonction « pgcd »	3
1.4.1	Algorithme d’Euclide par soustraction	3
1.4.2	Algorithme d’Euclide par division	4
1.5	Nombre premier ?	4
2	Fréquence, minimum et maximum	5
2.1	Fréquence d’un élément dans une liste	5
2.2	Minimum d’une liste d’entiers non vide	5
2.3	Maximum d’une liste d’entiers non vide	5
3	Algorithmes de tri	6
3.1	Tri par sélection	6
3.1.1	Version itérative	6
3.1.2	Version récursive	6
3.2	Tri par insertion	7
3.2.1	Version itérative	7
3.2.2	Version récursive	7
3.3	Tri rapide (<i>Quicksort</i>)	8
3.3.1	Version récursive	8
3.3.2	Fonction auxiliaire « division »	9
4	Algorithme de recherche	10
4.1	Recherche séquentielle	10
4.2	Recherche dichotomique	11
4.2.1	Version itérative	11
4.2.2	Version récursive	11
5	Graphiques	12
5.1	Affichage de fonctions simples	12
5.2	Affichage de polynômes	13

1 Mathématiques élémentaires

1.1 Fonction « puissance à exposant naturel »

1.1.1 Version itérative

La fonction suivante calcule b^e pour un exposant e naturel. Le cas particulier $b = e = 0$ n'est pas traité correctement.

```
1 function puissance(base:extended; expo:integer):extended;  
2 var i:integer;  
3     p:extended;  
4 begin  
5     p:=1;  
6     for i:=1 to expo do  
7         p:=p*base;  
8     puissance:=p  
9 end;
```

1.1.2 Version récursive

La fonction suivante calcule b^e pour un exposant e naturel. Le cas particulier $b = e = 0$ n'est pas traité correctement.

```
1 function puissance(base:extended; expo:integer):extended;  
2 begin  
3     if expo=0 then  
4         puissance:=1  
5     else  
6         puissance:=base*puissance(base, expo-1)  
7 end;
```

1.2 Fonction « puissance rapide à exposant naturel »

```
1 function puissRapid(base:extended; expo:integer):extended;  
2 begin  
3     if expo=0 then  
4         puissRapid:=1  
5     else if expo mod 2 = 0 then  
6         puissRapid:=puissRapid(base*base, expo div 2)  
7     else  
8         puissRapid:=base*puissRapid(base, expo-1)  
9 end;
```

1.3 Fonction « factorielle »

Les fonctions suivantes calculent $n!$ pour n naturel.

1.3.1 Version itérative

```
1 function factorielle(n:integer):integer;
2 var i:integer;
3     fact:integer;
4 begin
5     fact:=1;
6     for i:=2 to n do
7         fact:=fact*i;
8     factorielle:=fact
9 end;
```

1.3.2 Version récursive

```
1 function factorielle(n:integer):integer;
2 begin
3     if n<2 then
4         factorielle:=1
5     else
6         factorielle:=n*factorielle(n-1)
7 end;
```

1.4 Fonction « pgcd »

Les fonctions suivantes déterminent le pgcd de deux nombres naturels non nuls.

1.4.1 Algorithme d'Euclide par soustraction

C'est sous cette forme, transcrite en langage de programmation moderne, qu'Euclide a présenté l'algorithme dans le livre 7 des *Éléments* (vers 300 av. J.-C.).

```
1 function euclideDiff(a,b:integer):integer;
2 begin
3     while (a<>0) and (b<>0) do
4         if a>b then
5             a:=a-b
6         else
7             b:=b-a;
8     euclideDiff:=a+b
9 end;
```

1.4.2 Algorithme d'Euclide par division

```
1 function euclideDivi(a,b:integer):integer;
2 var c:integer;
3 begin
4   while b>0 do begin
5     c:=a mod b;
6     a:=b;
7     b:=c
8   end;
9   euclideDivi:=a
10 end;
```

1.5 Nombre premier ?

```
1 function primTest(n:integer):boolean;
2 var i,lim:integer;
3     prim:boolean;
4 begin
5   if n<2 then
6     prim:=false
7   else if n=2 then
8     prim:=true
9   else if n mod 2 = 0 then
10    prim:=false
11  else begin
12    i:=3;
13    prim:=true;
14    lim:=round(sqrt(n));
15    while (i<=lim) and prim do
16      if n mod i = 0 then prim:=false
17      else i:=i+2
18  end;
19  primTest:=prim
20 end;
```

2 Fréquence, minimum et maximum

2.1 Fréquence d'un élément dans une liste

```
1 function frequence(liste:TListBox; cle:string):integer;
2 var i,freq:integer;
3 begin
4     freq:=0;
5     for i:=0 to liste.Items.Count-1 do
6         if liste.Items[i]=cle then
7             freq:=freq+1;
8     frequence:=freq
9 end;
```

2.2 Minimum d'une liste d'entiers non vide

```
1 function minimum(liste:TListBox):integer;
2 var i,mini:integer;
3 begin
4     mini:=StrToInt(liste.Items[0]);
5     for i:=1 to liste.Items.Count-1 do
6         if StrToInt(liste.Items[i])<mini then
7             mini:=StrToInt(liste.Items[i]);
8     minimum:=mini
9 end;
```

2.3 Maximum d'une liste d'entiers non vide

```
1 function maximum(liste:TListBox):integer;
2 var i,maxi:integer;
3 begin
4     maxi:=StrToInt(liste.Items[0]);
5     for i:=1 to liste.Items.Count-1 do
6         if StrToInt(liste.Items[i])>maxi then
7             maxi:=StrToInt(liste.Items[i]);
8     maximum:=maxi
9 end;
```

3 Algorithmes de tri

Les algorithmes de cette section réalisent un tri *lexicographique*. La procédure `echange` réalise l'échange de deux éléments d'une liste.

```
1 procedure echange(var liste:TListBox; i,j:integer);
2 var aux:string;
3 begin
4   aux:=liste.Items[i];
5   liste.Items[i]:=liste.Items[j];
6   liste.Items[j]:=aux
7 end;
```

3.1 Tri par sélection

3.1.1 Version itérative

```
1 procedure triSelectionI(var liste:TListBox);
2 var i,j,min:integer;
3 begin
4   for i:=0 to liste.Items.Count-2 do begin
5     min:=i;
6     for j:=i+1 to liste.Items.Count-1 do
7       if liste.Items[j]<liste.Items[min] then
8         min:=j;
9     echange(liste,i,min)
10  end
11 end;
```

L'algorithme devient légèrement plus rapide lorsqu'on effectue l'échange uniquement pour des indices différents. Pour cela, on remplace la ligne 9 par `if i<>min then echange(liste,i,min)`

3.1.2 Version récursive

```
1 procedure triSelectionR(var liste:TListBox; debut:integer);
2 var j,min:integer;
3 begin
4   min:=debut;
5   for j:=debut+1 to liste.Items.Count-1 do
6     if liste.Items[j]<liste.Items[min] then
7       min:=j;
8   echange(liste,debut,min);
9   if debut<liste.Items.Count-2 then
10    triSelectionR(liste,debut+1)
11 end;
```

Appel de la procédure : `triSelectionR(liste, 0);`

3.2 Tri par insertion

3.2.1 Version itérative

```
1 procedure triInsertionI(var liste:TListBox);
2 var i,j:integer;
3     candidat:string;
4     termine:boolean;
5 begin
6     for i:=1 to liste.Items.Count-1 do begin
7         candidat:=liste.Items[i];
8         j:=i;
9         termine:=false;
10        while (not termine) and (j>0) do
11            if liste.Items[j-1] > candidat then begin
12                liste.Items[j]:=liste.Items[j-1];
13                j:=j-1
14            end
15            else termine:=true;
16            if j<i then
17                liste.Items[j]:=candidat
18        end
19    end;
```

3.2.2 Version récursive

```
1 procedure triInsertionR(var liste:TListBox; fin:integer);
2 var j:integer;
3     candidat:string;
4     termine:boolean;
5 begin
6     if fin>0 then begin
7         triInsertionR(liste,fin-1);
8         candidat:=liste.Items[fin];
9         j:=fin;
10        termine:=false;
11        while (not termine) and (j>0) do
12            if liste.Items[j-1] > candidat then begin
13                liste.Items[j]:=liste.Items[j-1];
14                j:=j-1
15            end
16            else termine:=true;
17            if j<fin then
18                liste.Items[j]:=candidat
19        end
20    end;
```

Appel de la procédure : `triInsertionR(liste, liste.Items.Count-1);`

Dans l'algorithme précédent, l'appel récursif a lieu **au début** (ligne 7) du bloc d'instructions, avant les manipulations de la liste. Cela diffère de l'algorithme 3.1.2, où l'appel récursif a lieu **à la fin** du bloc d'instructions. On peut évidemment aussi implémenter le tri par insertion avec un appel récursif à la fin du bloc, comme l'illustre le code alternatif suivant :

```

1  procedure triInsertionR(var liste:TListBox; indiceCandidat:integer);
2  var j:integer;
3      candidat:string;
4      termine:boolean;
5  begin
6      if indiceCandidat<liste.Items.Count then begin
7          candidat:=liste.Items[indiceCandidat];
8          j:=indiceCandidat;
9          termine:=false;
10         while (not termine) and (j>0) do
11             if liste.Items[j-1] > candidat then begin
12                 liste.Items[j]:=liste.Items[j-1];
13                 j:=j-1
14             end
15             else termine:=true;
16             if j<indiceCandidat then
17                 liste.Items[j]:=candidat;
18             triInsertionR(liste, indiceCandidat+1)
19         end
20     end;

```

Appel de la procédure : `triInsertionR(liste, 1)`;

Comme la première tentative d'insertion consiste à insérer éventuellement le **deuxième** élément de la liste devant le premier, l'algorithme reçoit comme deuxième argument la valeur 1, c'est-à-dire l'indice du **deuxième** élément. (Grâce au test $j > 0$ de la ligne 10, l'algorithme fonctionnerait même si l'on passe comme deuxième argument la valeur 0, mais il effectuerait alors quelques instructions superflues.)

3.3 Tri rapide (*Quicksort*)

3.3.1 Version récursive

```

1  procedure triRapide(var liste:TListBox; g,d:integer);
2  var i:integer;
3  begin
4      if g<d then begin
5          i:=division(liste,g,d);
6          triRapide(liste,g,i-1);
7          triRapide(liste,i+1,d)
8      end
9  end;

```

Appel de la procédure, pour trier toute la liste : `triRapide(liste, 0, liste.Items.Count-1)`;

3.3.2 Fonction auxiliaire « division »

```
1 function division(var liste:TListBox; g,d:integer):integer;
2 var i,j:integer;
3     pivot:string;
4 begin
5     pivot:=liste.Items[d];
6     j:=d-1;
7     i:=g;
8     while i<=j do
9         if liste.Items[i]<pivot then
10            i:=i+1
11        else if liste.Items[j]>pivot then
12            j:=j-1
13        else begin
14            echange(liste,i,j);
15            i:=i+1;
16            j:=j-1
17        end;
18        echange(liste,i,d);
19        division:=i
20 end;
```

La durée d'exécution du corps de la boucle while n'est pas optimale : lorsque l'indice j doit être diminué successivement plusieurs fois (ligne 12), le test à la ligne 9 est évalué chaque fois avant qu'on ne passe au test significatif de la ligne 11, alors que l'indice i n'a pas changé.

Nous proposons au lecteur intéressé une **version alternative** de la fonction « division » :

- ★ On choisit d'abord l'élément du milieu de la liste comme pivot qu'on place à la position g . Cette première étape est facultative, mais elle permet quelquefois d'obtenir un pivot plus équilibré, surtout lorsque la liste à trier est déjà presque triée, ou triée dans l'ordre inverse.
- ★ Ensuite on examine tous les éléments de la liste depuis $g + 1$ jusqu'à d en veillant à ce que les valeurs strictement inférieures au pivot soient toujours placées avant les valeurs supérieures ou égales au pivot. L'indice j indique constamment la position de la dernière valeur strictement inférieure au pivot dans la partie *déjà traitée* de la liste (ou $j = g$ lorsqu'une telle valeur n'a pas encore été trouvée).
- ★ Après la boucle, il suffit d'échanger le pivot avec l'élément à la position j pour placer le pivot au bon endroit.

```

1 function division(var liste:TListBox; g,d:integer):integer;
2 var i,j:integer;
3     pivot:string;
4 begin
5     echange(liste,g,(g+d) div 2);
6     pivot:=liste.Items[g];
7     j:=g;
8     for i:=g+1 to d do
9         if liste.Items[i]<pivot then begin
10            j:=j+1;
11            if j<>i then echange(liste,j,i)
12        end;
13    if g<>j then echange(liste,g,j);
14    division:=j
15 end;

```

Pour les listes à taille faible ($d - g < 20$), le tri par insertion devient généralement plus rapide que le tri rapide.

4 Algorithme de recherche

Par convention, les algorithmes de recherche suivants renvoient tous l'indice -1 , lorsque la clé cherchée n'a pas été trouvée.

4.1 Recherche séquentielle

```

1 function rechercheSeq(liste:TListBox; cle:string):integer;
2 var i:integer;
3     trouve:boolean;
4 begin
5     i:=0;
6     trouve:=false;
7     while (not trouve) and (i<liste.Items.Count) do
8         if liste.Items[i]=cle then
9             trouve:=true
10        else
11            i:=i+1;
12    if trouve then
13        rechercheSeq:=i
14    else
15        rechercheSeq:=-1
16 end;

```

4.2 Recherche dichotomique

4.2.1 Version itérative

```
1 function rechDichoI(liste:TListBox; cle:string):integer;
2 var milieu,g,d:integer;
3 begin
4   g:=0;
5   d:=liste.Items.Count-1;
6   milieu:=(g+d) div 2;
7   while (cle<>liste.Items[milieu]) and (g<=d) do begin
8     if cle<liste.Items[milieu] then
9       d:=milieu-1
10    else
11      g:=milieu+1;
12      milieu:=(g+d) div 2
13    end;
14    if cle=liste.Items[milieu] then
15      rechDichoI:=milieu
16    else
17      rechDichoI:=-1
18  end;
```

4.2.2 Version récursive

```
1 function rechDichoR(liste:TListBox; cle:string; g,d:integer):integer;
2 var milieu:integer;
3 begin
4   if g>d then
5     rechDichoR:=-1
6   else begin
7     milieu:=(g+d) div 2;
8     if liste.Items[milieu]=cle then
9       rechDichoR:=milieu
10    else if cle<liste.Items[milieu] then
11      rechDichoR:=rechDichoR(liste,cle,g,milieu-1)
12    else
13      rechDichoR:=rechDichoR(liste,cle,milieu+1,d)
14    end
15  end;
```

Appel de la fonction, pour rechercher dans toute la liste :
... rechDichoR(liste, cle, 0, liste.Items.Count-1) ...

5 Graphiques

5.1 Affichage de fonctions simples

La procédure `dessFonction` réalise la représentation graphique \mathcal{C}_f de la fonction f , supposée définie, continue et non constante sur l'intervalle d'affichage $[x_1, x_2]$, avec $x_1 < x_2$. L'échelle de l'axe vertical (axe des ordonnées) est ajustée par la procédure en fonction des valeurs maximale et minimale prises par la fonction sur l'intervalle considéré.

Exemple de fonction f :

```

1 function f(x:extended):extended;
2 begin
3   f:=sin(x)+cos(2*x)
4 end;
```

Procédure de dessin, qui accepte comme arguments la surface de dessin (Image) et les nombres x_1 et x_2 . Le graphique de la fonction est dessiné en couleur rouge sur le canevas (dont le contenu antérieur n'est pas effacé).

```

1 procedure dessFonction(var im:TImage; x1,x2:extended);
2 var fx,dx,dy,ymin,ymax:extended;
3   i:integer;
4 begin
5   dx:=(x2-x1)/(im.Width-1);
6   ymin:=f(x1);
7   ymax:=ymin;
8   for i:=1 to im.Width-1 do begin
9     fx:=f(x1+i*dx);
10    if fx<ymin then ymin:=fx
11    else if fx>ymax then ymax:=fx
12  end;
13  dy:=(ymax-ymin)/(im.Height-1);
14  im.Canvas.Pen.Color:=clRed;
15  im.Canvas.MoveTo(0,round((ymax-f(x1))/dy));
16  for i:=1 to im.Width-1 do
17    im.Canvas.LineTo(i,round((ymax-f(x1+i*dx))/dy))
18 end;
```

L'algorithme précédent convertit des ordonnées réelles en indices de pixel (lignes 15 et 17). Plus généralement, on pourra utiliser la fonction suivante pour convertir des coordonnées réelles x, y en indices de pixel. On suppose que les intervalles d'affichage horizontal et vertical sont $[x_{\min}, x_{\max}]$ et $[y_{\min}, y_{\max}]$. Pour ne pas devoir passer ces quatre valeurs comme arguments à la fonction, on a recours à des variables globales.

```
1 type pixel = record
2   x,y:integer
3 end;
4
5 function pointToPixel(x,y:extended;im:TImage):pixel;
6 begin
7   result.x:=round((x-xmin)/(xmax-xmin)*(im.Width-1));
8   result.y:=round((ymax-y)/(ymax-ymin)*(im.Height-1))
9 end;
```

5.2 Affichage de polynômes

Un polynôme à coefficients réels et de degré inférieur ou égal à 20 peut être représenté à l'aide du type

```
1 type poly = record
2   c:array[0..20] of extended;
3   d:integer
4 end;
```

Alternativement, les coefficients peuvent être stockés sous forme de nombres convertis en *strings* dans une *ListBox* ou dans un *StringGrid* à une ligne. On modifie alors le degré du polynôme en redimensionnant le composant choisi.

La méthode de Horner permet d'évaluer efficacement un polynôme p donné en un nombre réel x .

Dans l'algorithme proposé, le polynôme est passé *par variable* pour des raisons d'efficacité : on évite ainsi de copier tout le contenu du polynôme dans la pile, mais on se limite à transmettre un pointeur vers l'endroit où le polynôme original est stocké. En passant le polynôme *par valeur*, on ne modifierait pas les effets produits par la fonction, mais la quantité de mémoire occupée lors de l'appel serait plus élevée.

```
1 function horner(var p:poly; x:extended):extended;
2 var i:integer;
3     px:extended;
4 begin
5   px:=p.c[p.d];
6   for i:=p.d-1 downto 0 do
7     px:=px*x+p.c[i];
8   horner:=px
9 end;
```

Pour réaliser la représentation graphique d'un polynôme p donné, il suffit de remplacer dans l'algorithme 5.1 les appels du genre $f(x)$ par des appels `horner(p,x)`.